Proposition pour un sujet de stage MASTER2 recherche

Titre : **Modélisation des problèmes de recouvrement sous contraintes sur le degré des nœuds**

Équipe: APR LIRMM

Contact : Miklos Molnar(molnar@lirmm.fr) 04 67 41 85 40
Sylvain Durand (sdurand@lirmm.fr) 04 67 41 86 57

Mots clés: théorie de graphes, problèmes de recouvrement, optimisation sous contraintes, problème de recouvrement et problème de Steiner sous contraintes sur le degré des nœuds, hiérarchies et arbres de recouvrement

Description du sujet :
Le recouvrement de coût minimal des nœuds ou d'un sous-ensemble de nœuds dans un graphe est souvent l'objectif du routage multicast optimal dans les réseaux. On cherche une structure connexe qui relie les noeuds en question avec un coût minimal. Sans aucune contrainte, la solution est un arbre de recouvrement. Pour le recouvrement partiel, le problème est connu comme le problème de Steiner qui est NP-difficile. Dans certains cas, des contraintes sur le degré des nœuds sont imposées : dans la structure connexe (dans l'arbre de recouvrement par exemple), le degré des noeuds ne peut pas dépasser des bornes qui sont données. Les contraintes expriment le fait que chaque nœud du graphe possède une capacité limitée et son degré dans la structure recherchée ne peut pas dépasser cette capacité limitée. Ce problème a été intensivement étudié dans la littérature où la solution optimale a été aussi supposée arborescente. Tous les problèmes de la recherche d'arbres de recouvrement sous contraintes sur le degré de nœuds sont NP-difficile. Pour ce problème d'optimisation, l'arbre de recouvrement qui respecte les contraintes n'existe pas toujours. Récemment, il a été démontré que la structure optimale n'est pas toujours un arbre de recouvrement mais une structure hiérarchique (appelée hiérarchie) qui peut contenir des éléments du graphe plusieurs fois. Les hiérarchies permettent de trouver des solutions même quand il n'y a pas d'arbre qui correspond aux contraintes.

Pendent ce stage, on propose l'étude et la modélisation des problèmes de recouvrement (partiel ou non) sous contraintes sur le degré des nœuds et de leurs solutions arborescentes et hiérarchiques optimales. Sur la base de la formulation ILP du problème de l'arbre de recouvrement optimal sous contrainte sur les degrés, la formulation de la recherche de la hiérarchie optimale est demandée. Pour calculer les structures optimales, on utilisera un solveur (GPLK par exemple).

Bibliographie :

[1] Douglas R.J., NP-completeness and degree restricted spanning trees. Discrete Mathematics, vol. 105, n°1-3, pp. 41-47. 1992.

[2] Ravi, R., Marathe, M. V., Ravi, S. S., Rosenkrantz, D. J., and Iii, H. B. H., Approximation algorithms for degree-constrained minimum-cost network-design problems. Algorithmica, vol.31, 1, 58-78. 2001.

[3] Michel X. Goemans. Minimum Bounded Degree Spanning Trees. *FOCS*, pages 273-282, 2006.

[4] Molnar, M., Optimisation des communications multicast sous contraintes. Université Rennes 1. Mémoire de HDR, 2008.

[5] GLPK (GNU Linear Programming Kit) http://www.gnu.org/software/glpk/