

Titre : Reconnaissance de langages en temps réel sur automates cellulaires : influence du voisinage et de la dimension.

Date de soutenance prévue : 8 décembre 2006

Directeurs : Jacques Mazoyer et Marianne Delorme

Mots-clés : Automates cellulaires, reconnaissance de langages, temps réel, voisinages, accélération constante, accélération linéaire.

Résumé

L'objectif initial que nous nous étions fixé dans cette thèse était d'étudier l'influence du choix du voisinage sur la capacité de reconnaissance de langages des automates cellulaires.

Puisqu'il est facile de montrer que le fonctionnement d'un automate cellulaire sur un voisinage V donné peut être simulé en temps linéaire par un automate fonctionnant sur un voisinage V' (si V et V' sont suffisamment « complets » pour permettre la reconnaissance de mots) nous avons choisi de nous intéresser aux classes de complexité inférieure au temps linéaire.

La plus importante de ces classes est alors la classe des langages reconnus en temps réel, c'est-à-dire le plus petit temps tel que l'automate cellulaire ait pu « lire » la totalité des lettres du mot en entrée, lequel dépend fortement du choix du voisinage.

Le cas de la dimension 1

Dans un premier temps nous avons cherché à généraliser le résultat d'accélération par une constante qui est bien connu dans le cas des machines de Turing et des automates cellulaires en dimension 1 fonctionnant sur le voisinage usuel des « plus proches voisins » qui indique que tout langage reconnu en temps réel plus une constante est également reconnu en temps réel.

Ce résultat a pu être généralisé à tout voisinage en dimension 1 suffisant pour que toute lettre du mot en entrée puisse avoir une incidence sur l'acceptation ou non du mot. Ce résultat nous a alors permis de montrer qu'en dimension 1 tout voisinage V suffisant pour réaliser de la reconnaissance de langages était équivalent au sens de la reconnaissance en temps réel au voisinage usuel $\{-1, 0, 1\}$ ou au voisinage dit *one-way* $\{0, 1\}$ (selon lequel les informations ne peuvent se déplacer au cours du calcul que dans une seule direction).

Ces travaux ont été présentés à la conférence STACS 2005.

Puisqu'il était déjà connu que ces deux classes étaient différentes et qu'il est facile de décider à quelle classe un voisinage appartient, le cas de la dimension 1 a été entièrement résolu (en ce qui concerne la problématique que nous nous étions fixée initialement). Nous avons alors décidé de nous intéresser aux dimensions supérieures.

Généralisation en dimension 2

Le passage en dimension 2 (et au-delà) présente de nombreuses complications.

Dans un premier temps, la définition même de langage et de reconnaissance par un automate cellulaire est difficile à déterminer. Dans la littérature, plusieurs extensions des définitions de la dimension 1 ont été proposées, ces différentes définitions n'étant la plupart du temps pas équivalentes dans le cas des classes de faible complexité qui nous intéressent. Nous avons alors choisi de nous limiter à la reconnaissance de « mots bi-dimensionnels » de forme rectangulaire puisque cela semblait être une définition assez naturelle et répandue.

De plus, en dimension 2, deux voisinages ont été particulièrement étudiés : le voisinage de Moore et celui de Von Neumann. En ce qui concerne le premier, on sait que le résultat d'accélération par une constante de la reconnaissance de langages que l'on avait obtenu en dimension 1 (et qui est également vrai pour les machines de Turing) est vrai, tandis qu'il n'a jamais pu être montré sur le second voisinage malgré plusieurs tentatives.

Par ailleurs on sait que les langages reconnus en temps réel sur le voisinage de Von Neumann ne sont pas tous reconnus en temps réel sur le voisinage de Moore, ce qui implique que l'équivalence que l'on a obtenue en dimension 1 n'est pas vraie en dimension 2.

Nous avons alors choisi de traiter le cas de la dimension 2 selon deux directions : d'une part se rapprocher autant que possible du théorème d'accélération par une constante dans le cas du voisinage de Von Neumann, et d'autre part essayer d'appliquer certaines idées qui étaient à l'origine du résultat d'équivalence des voisinages en dimension 1 à la dimension 2.

En travaillant spécifiquement sur le voisinage de Von Neumann nous avons pu montrer un résultat très proche du théorème d'accélération par une constante puisque l'on est arrivé à démontrer que tout langage reconnu en temps réel plus une constante était reconnu en temps réel plus 1. Un tel résultat peut être généralisé à une plus grande classe de voisinages, plus précisément ceux sur lesquels on peut obtenir un théorème d'accélération linéaire. Ce résultat n'a pas encore été publié mais il sera

soumis prochainement. Notons que le résultat particulier au voisinage de Von Neumann améliore un résultat connu qui ramenait la reconnaissance en temps réel plus une constante à du temps réel plus 3.

Par ailleurs, nous avons proposé comme stage de fin d'année de licence à un élève de l'ENS d'adapter la technique utilisée en dimension 1 pour montrer le théorème d'accélération par une constante. Ce stage a été très fructueux puisque, malgré de nombreuses complications liées à la dimension 2, nous avons été capables de montrer que les automates cellulaires fonctionnant sur un voisinage V permettent de reconnaître en temps réel tous les langages que l'on peut reconnaître en temps réel avec des automates cellulaires fonctionnant sur l'enveloppe convexe de V , ce qui permet de restreindre l'étude de la reconnaissance de langages en temps réel à la reconnaissance par des automates fonctionnant sur des voisinages convexes.

Ces résultats étant très récents, ils ont pu être intégrés dans le manuscrit de thèse mais n'ont pas encore été publiés. Ils sont en cours de rédaction pour être soumis indépendamment.

Résultats annexes

En plus de la problématique initiale, nous nous sommes intéressés au cours de ces 3 années à quelques autres questions liées à la reconnaissance de langages sur les automates cellulaires. Nous avons notamment essayé de comparer les capacités algorithmiques d'automates cellulaires de dimensions différentes.

On a alors pu montrer qu'il était possible pour un automate cellulaire en dimension 2 de simuler le fonctionnement d'un automate de dimension 3 en temps polynomial (il faut un temps $O(n^3)$ à l'automate de dimension 2 pour calculer n générations de l'automate en dimension 3). Il est également possible d'obtenir le même résultat pour des automates de dimensions supérieures à 3.

La construction réalisée pour effectuer la simulation pourrait également être utilisée dans d'autres domaines puisqu'elle permet de représenter simplement une grille tri-dimensionnelle en deux dimensions (tout en conservant l'alignement des voisines).

Ces travaux réalisés pendant la première année de la thèse ont été présentés à la conférence MFCS 2004.

Par ailleurs, tout au long de la thèse nous avons travaillé sur une célèbre question ouverte en complexité sur automates cellulaires consistant à déterminer si la classe des langages reconnus en temps réel par des automates en dimension 1 est égale à la classe des langages reconnus en espace

linéaire.

Bien que l'on ait de fortes raisons de penser que ces classes sont différentes il est extrêmement difficile de le prouver (ce problème est très similaire aux problèmes rencontrés en complexité dans le cas Turing tels que « P=PSPACE ? »).

Nous ne sommes pas parvenus à répondre à la question, mais nous avons pu montrer que si ces deux classes étaient égales, cela impliquerait que pour toute fonction f calculable en espace de sortie (ce qui est le cas de toutes les fonctions usuellement utilisées en complexité telles que les polynômes, les exponentielles, etc.) la classe des langages reconnus en temps f est égale à la classe des langages reconnus en espace f par des automates cellulaires unidimensionnels.

En utilisant alors des théorèmes liés à la complexité séquentielle dans le cas des machines de Turing on peut alors montrer que cela impliquerait que tout langage reconnu par une machine de Turing en temps f peut être reconnu par un automate cellulaire en temps \sqrt{f} (pour une fonction f telle que $\forall x, f(x) \geq x^2$).

Ces derniers résultats n'ont pas encore été publiés, mais seront soumis peu de temps après la soutenance de la thèse.