

---

**TD06 – Grammaires algébriques et automates à pile**


---

**Exercice 1.**

✎ Quels sont les langages engendrés par les grammaires suivantes ?

1.  $S \longrightarrow aSb \mid \varepsilon$
2.  $S \longrightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon$

**Exercice 2.**

✎ Donner des grammaires algébriques engendrant les langages suivants.

1. L'ensemble des mots bien parenthésés.
2.  $\{a^i b^j c^k, i \neq j \text{ ou } j \neq k\}$ .
3. L'ensemble des mots sur  $\{a, b\}$  ayant le même nombre d'occurrences de  $a$  que de  $b$ .
4. L'ensemble des mots sur  $\{a, b\}$  ayant deux fois plus de  $a$  que de  $b$ .
5.  $\{w\#\bar{w}\#, w \in (0+1)^*\}$ .
6. L'ensemble des mots de  $(0+1)^*$  qui ne sont pas de la forme  $ww$ .

**Exercice 3.**

✎ Donner des automates à piles reconnaissant les langages suivants.

$$L_1 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = |u|_b\}.$$

$$L_2 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a \geq |u|_b\}.$$

$$L_3 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = 2|u|_b\}.$$

$$L_4 = \{\text{bin}(i)\#\overline{\text{bin}(i+1)}, \text{ où } \text{bin}(i) \text{ est l'écriture binaire de } i\}.$$

$$L_5 = \{a^i b^j c^k, i \neq j \text{ ou } j \neq k\}.$$

**Exercice 4.**

1. Montrer que si  $L$  est algébrique et  $R$  rationnel alors le langage  $L \cap R$  est algébrique.
2. Donner deux langages algébriques dont l'intersection n'est pas algébrique.