TD02 - Automates farcis

Exercice 1.
Donner des automates finis reconnaissant les langages définis par les expressions rationnelles suivantes.

1. a^*b^*

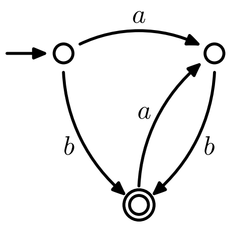
2. $(a \cup b)aab(a \cup b)^*$

3. $(b \cup \epsilon)((a \cup ab)^* \cup (bb)^*)^*$

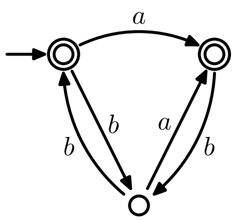
4. $b\big((aab \cup b)^* a(aa)^*\big)^* b^*$

Exercice 2.
Donner des expressions rationnelles définissant les langages reconnus par les automates suivants.

1.



2.



Exercice 3. *Longueur et périodicité*

Un ensemble d'entiers est linéaire s'il est de la forme $\{c + ip \mid i \in \mathbb{N}\}$. Un ensemble est semi-linéaire s'il est réunion finie d'ensembles linéaires.

1. Soit $L \subseteq a^*$ un langage rationnel, montrer que $\{i \mid a^i \in L\}$ est semi-linéaire.

2. En déduire que pour tout langage L rationnel, l'ensemble $\lambda(L) = \{|w| \mid w \in L\}$ est semi-linéaire.

Exercice 4. *Résiduels*

Soit L un langage sur un alphabet A, et soit u un mot sur A. On appelle résiduel à gauche de L par rapport à u, et on note $u^{-1}L$ l'ensemble des mots v sur A tels que $uv \in L$.

1. Calculer le résiduel de L par rapport à tout mot u sur $A = \{a, b\}$ dans les exemples suivants :
- $L = a^*b^*$
- $L' = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

2. Si x est une lettre de A, que valent $x^{-1}(L \cup L')$, $x^{-1}(LL')$ et $x^{-1}L^*$?