Clique-Stable séparation : tour d'horizon et focus sur les graphes parfaits sans *skew* partition

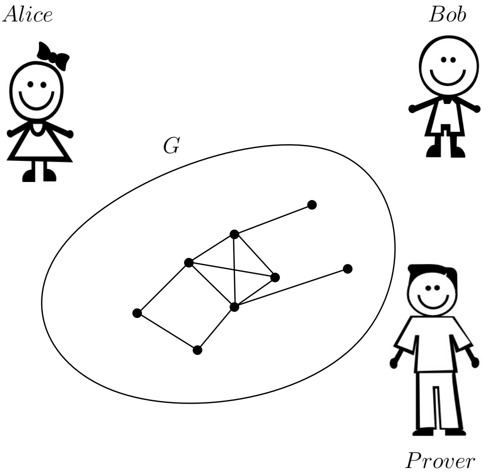
Aurélie Lagoutte

LIP, ENS Lyon

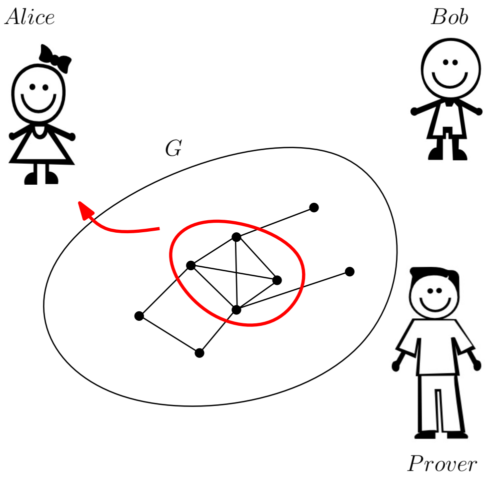
Travail commun avec
Nicolas Bousquet, Stéphan Thomassé et Théophile Trunck

Jeudi 13 février 2014
Séminaire AlGCo - LIRMM

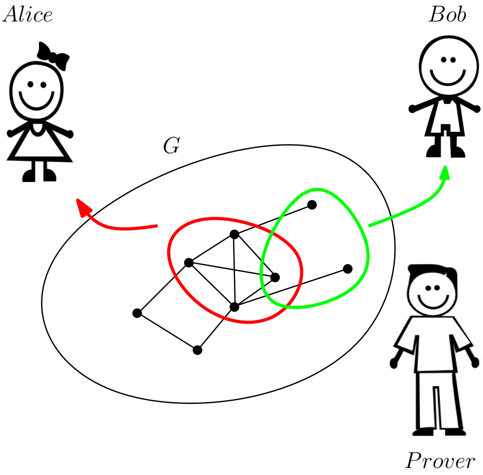
Problème Clique contre Stable (non-det)



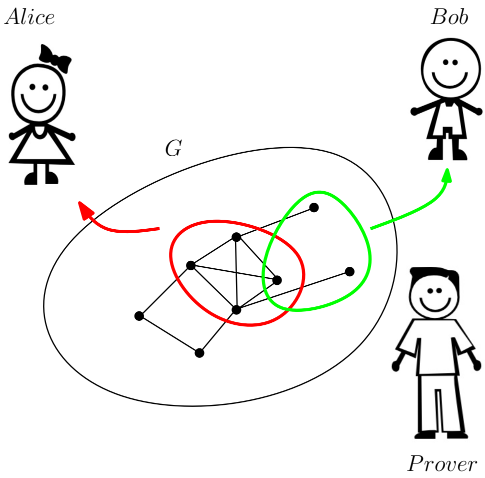
Problème Clique contre Stable (non-det)



Problème Clique contre Stable (non-det)

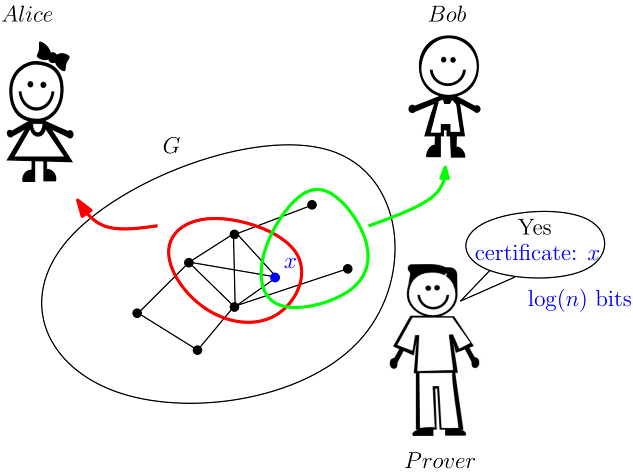


Problème Clique contre Stable (non-det)



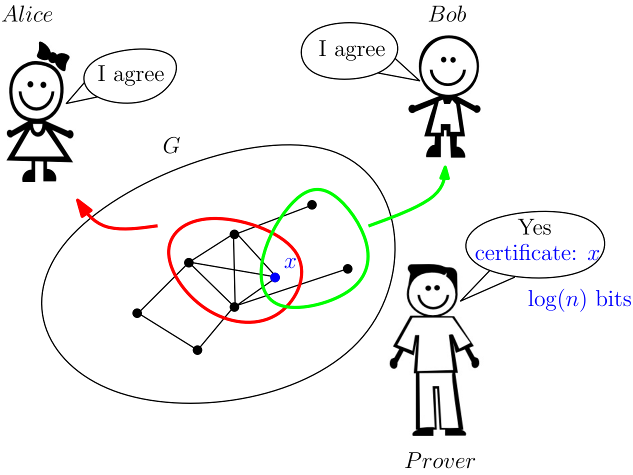
Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable (non-det)



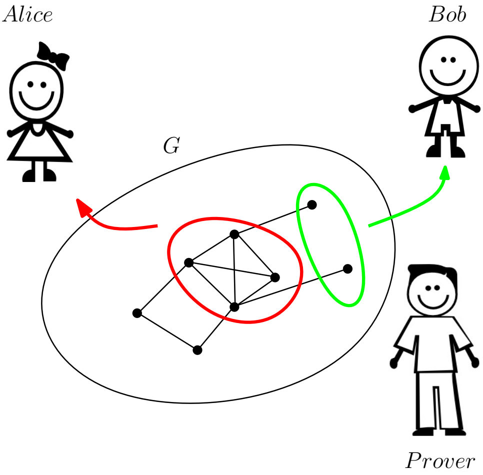
Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable (non-det)



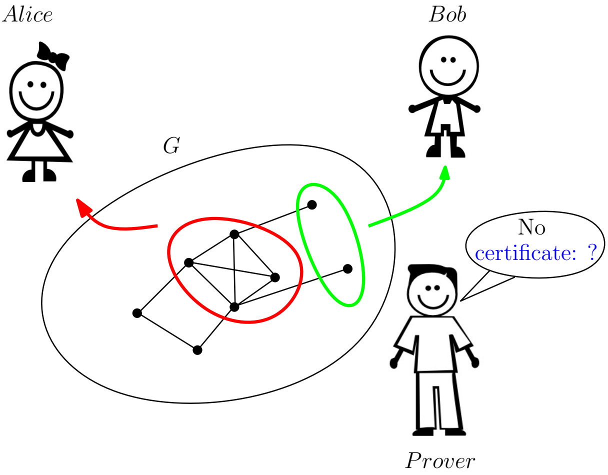
Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable (non-det)



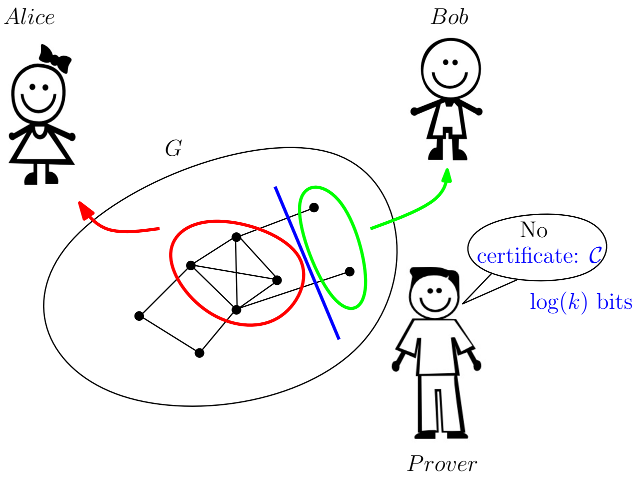
Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable (non-det)



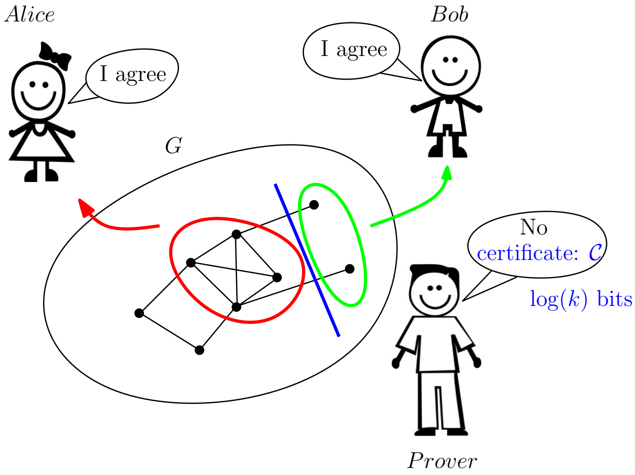
Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable (non-det)



Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable (non-det)



Do the clique and the stable set intersect?

Problème Clique contre Stable

But

Trouver un *Clique-Stable séparateur* : une famille de coupes qui peut séparer toutes les paires Clique-Stable.

Problème Clique contre Stable

But

Trouver un *Clique-Stable séparateur* : une famille de coupes qui peut séparer toutes les paires Clique-Stable.

Théoreme [Yannakakis 1991]

Complexité de communication non-déterministe $= \log k$
où k est la taille minimale d'un CS-séparateur.
Si $k = n^c$, alors la complexité est de $\mathcal{O}(\log n)$.

Problème Clique contre Stable

But

Trouver un *Clique-Stable séparateur* : une famille de coupes qui peut séparer toutes les paires Clique-Stable.

Théoreme [Yannakakis 1991]

Complexité de communication non-déterministe $= \log k$
où k est la taille minimale d'un CS-séparateur.
Si $k = n^c$, alors la complexité est de $\mathcal{O}(\log n)$.

Borne Sup [Yannakakis 1991] : Il existe un CS-separateur de taille $\mathcal{O}(n^{\log n})$.
Borne Inf [Amano, Shigeta 2013] : Il existe une famille de graphes dans laquelle la taille d'un CS-separateur est $\Omega(n^{2-\varepsilon})$

Problème Clique contre Stable

But

Trouver un *Clique-Stable séparateur* : une famille de coupes qui peut séparer toutes les paires Clique-Stable.

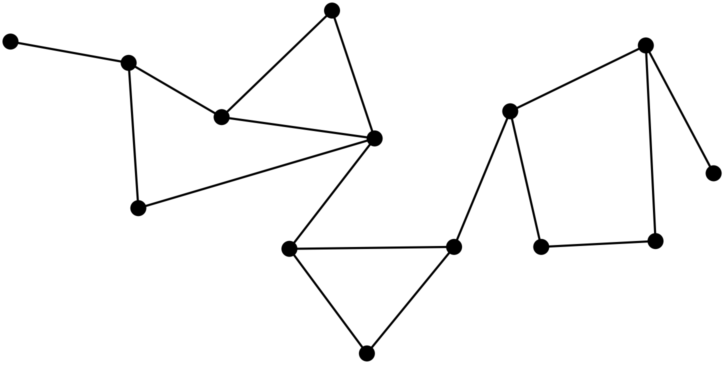
Théoreme [Yannakakis 1991]

Complexité de communication non-déterministe $= \log k$
où k est la taille minimale d'un CS-séparateur.
Si $k = n^c$, alors la complexité est de $\mathcal{O}(\log n)$.

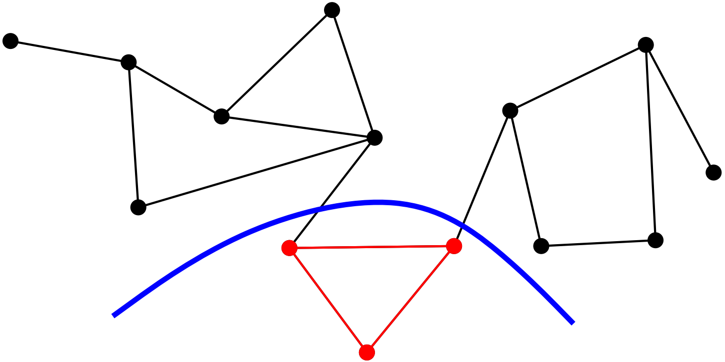
Borne Sup [Yannakakis 1991] : Il existe un CS-separateur de taille $\mathcal{O}(n^{\log n})$.
Borne Inf [Amano, Shigeta 2013] : Il existe une famille de graphes dans laquelle la taille d'un CS-separateur est $\Omega(n^{2-\varepsilon})$
Est-ce qu'il existe pour tout graphe G à n sommets un CS-separateur de taille poly(n) ? Pour quelles classes de graphes est-ce vrai ?

Dans quelles classes a-t-on un CS-séparateur polynomial ?

Dans quelles classes a-t-on un CS-séparateur polynomial ?
Un exemple facile : si la taille de la clique maximale ω est bornée, disons par 3 :

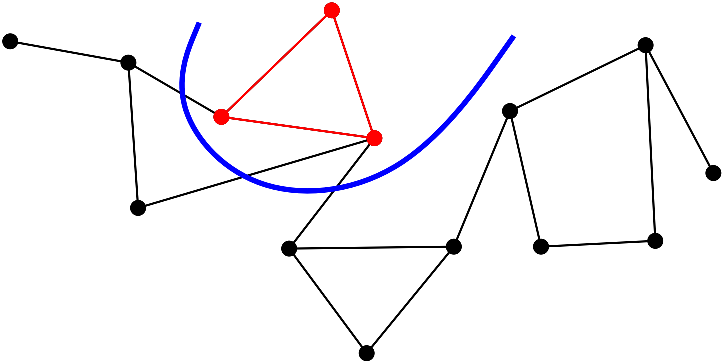


Dans quelles classes a-t-on un CS-séparateur polynomial ?
Un exemple facile : si la taille de la clique maximale ω est bornée, disons par 3 :



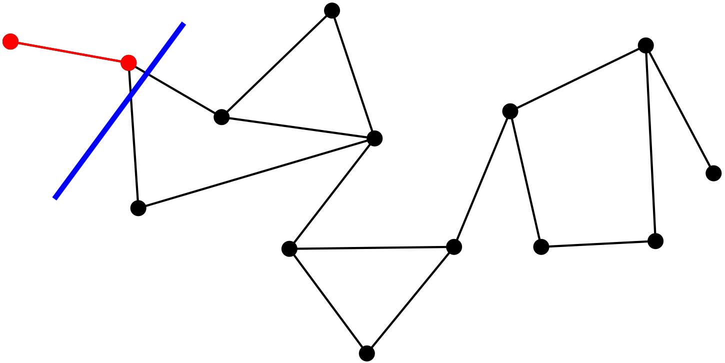
Pour tout ensemble T de taille ≤ 3, on prend $(T, V \setminus T)$
$\Rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^3)$.

Dans quelles classes a-t-on un CS-séparateur polynomial ?
Un exemple facile : si la taille de la clique maximale ω est bornée, disons par 3 :



Pour tout ensemble T de taille ≤ 3, on prend $(T, V \setminus T)$
$\Rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^3)$.

Dans quelles classes a-t-on un CS-séparateur polynomial ?
Un exemple facile : si la taille de la clique maximale ω est bornée, disons par 3 :

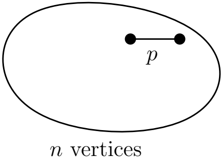


Pour tout ensemble T de taille ≤ 3, on prend $(T, V \setminus T)$
$\Rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^3)$.

Graphes aléatoires [Bousquet, L., Thomassé 2012]

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p \in [0,1]$, il existe une famille $\mathcal{F}$ de coupes de taille $\mathcal{O}(n^7)$ telle que

$$\forall G \in G(n,p) \qquad \Pr(\ \mathcal{F} \text{ est un CS-sep pour } G) \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 1$$



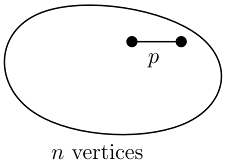
Graphes aléatoires [Bousquet, L., Thomassé 2012]

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p \in [0,1]$, il existe une famille $\mathcal{F}$ de coupes de taille $\mathcal{O}(n^7)$ telle que

$$\forall G \in G(n,p) \qquad \mathrm{Pr}(\ \mathcal{F} \text{ est un CS-sep pour } G) \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 1$$

Sketch of proof 1/2

- Modèle d'Erdős-Rényi $G(n,p)$.



Graphes aléatoires [Bousquet, L., Thomassé 2012]

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p \in [0, 1]$, il existe une famille $\mathcal{F}$ de coupes de taille $\mathcal{O}(n^7)$ telle que

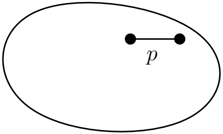
$$\forall G \in G(n, p) \qquad \Pr(\ \mathcal{F} \text{ est un CS-sep pour } G) \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 1$$

Sketch of proof 1/2

- Modèle d'Erdős-Rényi $G(n, p)$.
- Une borne sup pour la taille des cliques r_ω et des stables r_α :

$$Pr(\exists \text{ une clique } K, |K| = r_\omega) \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 0$$

$$Pr(\exists \text{ un stable } S, |S| = r_\alpha) \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 0$$



n vertices

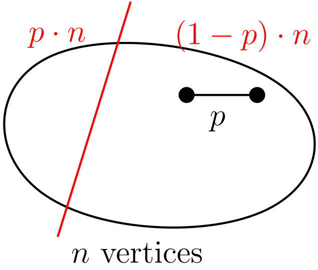
$$r_\omega = \frac{3 \log n}{-\log p}$$

$$r_\alpha = \frac{3 \log n}{-\log(1 - p)}$$

Sketch of proof 2/2

On sépare tous les sous-ensembles K, S tels que $K \leq r_\omega$ et $S \leq r_\alpha$:

- Coupes aléatoires $(p, 1-p)$
- Etant donnée une paire (K, S) et une coupe C :
  $\Pr((K, S)$ est séparée par $C) \geq 1/n^6$
- $\exists$ une coupe qui sépare $1/n^6$ de toutes les paires.
- En itérant $\rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^7)$.



Sans Split

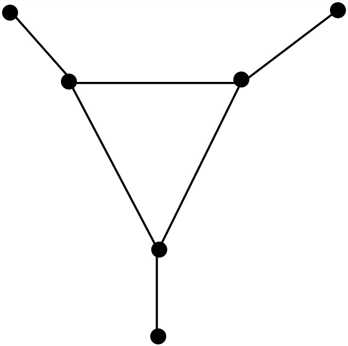
Graphes de comparabilité [Yannakakis 1991]

Les graphes de comparabilité admettent un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.

Sans Split

Graphes de comparabilité [Yannakakis 1991]

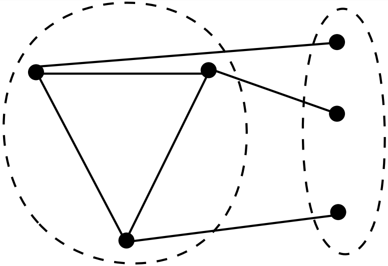
Les graphes de comparabilité admettent un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.



Sans Split

Graphes de comparabilité [Yannakakis 1991]

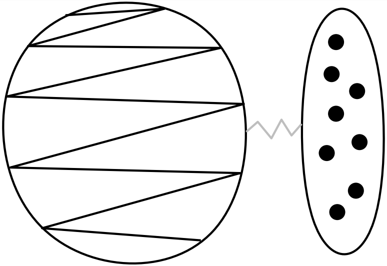
Les graphes de comparabilité admettent un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.



Sans Split

Graphes de comparabilité [Yannakakis 1991]

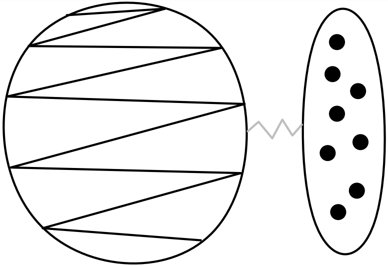
Les graphes de comparabilité admettent un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.



Sans Split

Graphes de comparabilité [Yannakakis 1991]

Les graphes de comparabilité admettent un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.



Sans Split [Bousquet, L., Thomassé 2012]

Soit H un graphe split. Alors il existe un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^{c_H})$ pour les graphes sans H induit.

Propriété d'Erdős-Hajnal pour la classe $\mathcal{C}$

Il existe $\varepsilon > 0$ tel que tout graphe $G \in \mathcal{C}$ admet une clique ou un stable de taille n^{ε}.

Propriété d'Erdős-Hajnal pour la classe $\mathcal{C}$

Il existe $\varepsilon > 0$ tel que tout graphe $G \in \mathcal{C}$ admet une clique ou un stable de taille n^ε.

Y-a-t-il des propriétés qui impliquent à la fois la Clique-Stable séparation et la propriété d'Erdős-Hajnal ?

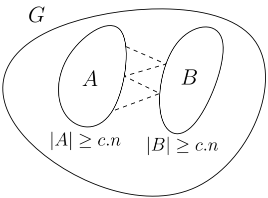
Propriété d'Erdős-Hajnal pour la classe $\mathcal{C}$

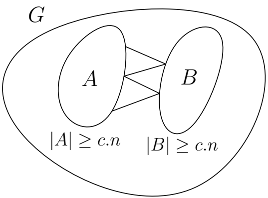
Il existe $\varepsilon > 0$ tel que tout graphe $G \in \mathcal{C}$ admet une clique ou un stable de taille n^{ε}.

Y-a-t-il des propriétés qui impliquent à la fois la Clique-Stable séparation et la propriété d'Erdős-Hajnal ? Oui dans les classes héréditaires !

Propriété $\circledast$ pour la classe $\mathcal{C}$

Il existe une constante $c > 0$ telle que tout graphe $G \in \mathcal{C}$ admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $c.n$, avec A complet à B ou anticomplet à B.





Propriété $\circledast$ - $P_k, \overline{P_k}$-free [Bousquet, L., Thomassé]

Pour tout k, il existe une constant $t_k > 0$ telle que tout graphe sans P_k ni $\overline{P_k}$ admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $t_k.n$, avec A complètement antiadjacent à B ou complètement adjacent à B.

Propriété $\circledast$ - $P_k, \overline{P_k}$-free [Bousquet, L., Thomassé]

Pour tout k, il existe une constant $t_k > 0$ telle que tout graphe sans P_k ni $\overline{P_k}$ admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $t_k.n$, avec A complètement antiadjacent à B ou complètement adjacent à B.

CS-séparation - $P_k, \overline{P_k}$-free [Bousquet, L., Thomassé 2013]

Il existe un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^{c_k})$ pour tout graphe sans P_k ni $\overline{P_k}$.

Erdős-Hajnal - $P_k, \overline{P_k}$-free [Bousquet, L., Thomassé 2013]

Il existe $\varepsilon > 0$ tel que tout graphe G sans P_k ni $\overline{P_k}$ induits admet une clique ou un stable de taille n^{ε}.

Exclure seulement P_k et pas $\overline{P_k}$?

Exclure seulement P_k et pas $\overline{P_k}$? Oui pour $k = 5$ pour la CS-séparation.

Graphes sans P_5 induit [Bousquet, L., Thomassé 2013], conséquence de [Lokshtanov, Vatshelle, Villanger 2013]

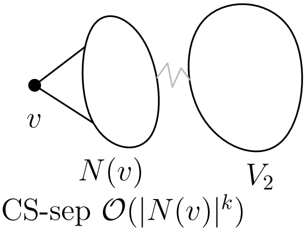
Tout graphe sans P_5 admet un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^8)$.

Propriété de "voisinage facile"- version CS-sep.

Soit $\mathcal{C}$ une classe de graphes héréditaire telle que : $\exists k > 0$
$\forall G \in \mathcal{C}\ \exists v \in V(G) \quad N(v)$ a un CS-sép. de taille $\mathcal{O}(|N(v)|^k)$
Alors $\forall G \in \mathcal{C}$, G admet un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^{k+1})$.

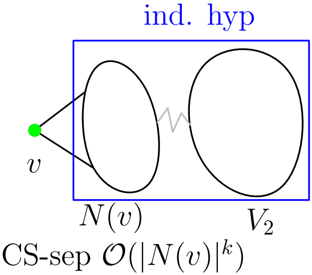
Propriété de "voisinage facile"- version CS-sep.

Soit $\mathcal{C}$ une classe de graphes héréditaire telle que : $\exists k > 0$
$\forall G \in \mathcal{C}\ \exists v \in V(G) \quad N(v)$ a un CS-sép. de taille $\mathcal{O}(|N(v)|^k)$
Alors $\forall G \in \mathcal{C}$, G admet un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^{k+1})$.



Propriété de "voisinage facile"- version CS-sep.

Soit $\mathcal{C}$ une classe de graphes héréditaire telle que : $\exists k > 0$
$\forall G \in \mathcal{C}\ \exists v \in V(G) \quad N(v)$ a un CS-sép. de taille $\mathcal{O}(|N(v)|^k)$
Alors $\forall G \in \mathcal{C}$, G admet un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^{k+1})$.

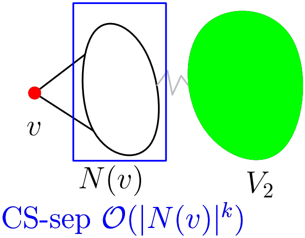


v côté stable

Coupe tous les (K, S) avec $v \in S$

Propriété de "voisinage facile"- version CS-sep.

Soit $\mathcal{C}$ une classe de graphes héréditaire telle que : $\exists k > 0$
$\forall G \in \mathcal{C}\ \exists v \in V(G) \quad N(v)$ a un CS-sép. de taille $\mathcal{O}(|N(v)|^k)$
Alors $\forall G \in \mathcal{C}$, G admet un CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^{k+1})$.



v côté clique

V_2 côté stable

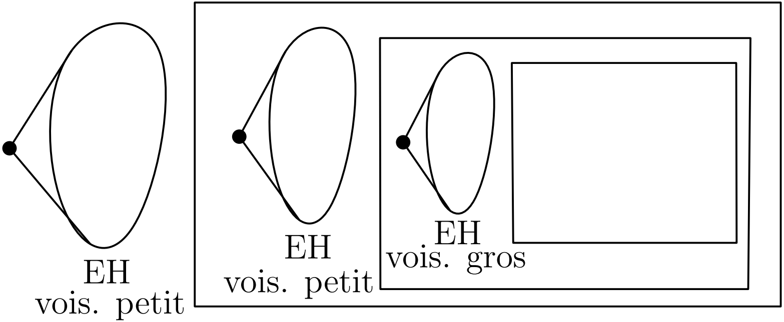
Coupe tous les (K, S) avec $v \in K$

Propriété de "voisinage facile"- version Erdős-Hajnal

Soit $\mathcal{C}$ une classe de graphes héréditaire telle que : $\exists \varepsilon > 0$
$\forall G \in \mathcal{C} \; \exists v \in V(G) \quad N(v)$ satisfait ε-Erdős-Hajnal
Alors il existe ε' tel que $\forall G \in \mathcal{C}$, G une clique ou un stable de taille $n^{\varepsilon'}$.

Propriété de "voisinage facile"- version Erdős-Hajnal

Soit $\mathcal{C}$ une classe de graphes héréditaire telle que : $\exists\varepsilon > 0$
$\forall G \in \mathcal{C}\ \exists v \in V(G) \quad N(v)$ satisfait ε-Erdős-Hajnal
Alors il existe ε' tel que $\forall G \in \mathcal{C}$, G une clique ou un stable de taille $n^{\varepsilon'}$.



1. Clique-Stable séparation
   - Définition
   - Premiers résultats

2. Lien avec la propriété d'Erdős-Hajnal

3. Graphes parfaits sans partition antisymétrique paire
   - Décomposition de graphes parfaits
   - Résultats

4. Perspectives

Graphe parfait

On note $\omega(G)$ la taille maximale d'une clique et $\chi(G)$ le nombre chromatique de G. Un graphe est appelé *parfait* si pour tout sous-graphe induit H, on a :

$$\chi(H) = \omega(H)$$

Graphe de Berge

Un *trou* est un cycle induit (sans corde) de longueur au moins 4. Un graphe G est *de Berge* si ni G ni $\overline{G}$ n' ont de trou de longueur impaire.

Théorème fort des graphes parfaits, [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Un graphe est parfait si et seulement si il est de Berge.

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

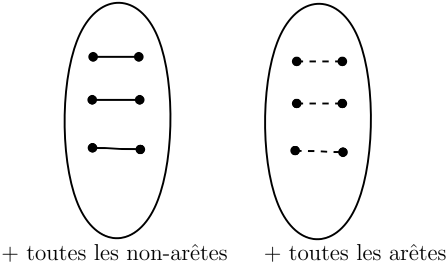


FIGURE : Double split

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

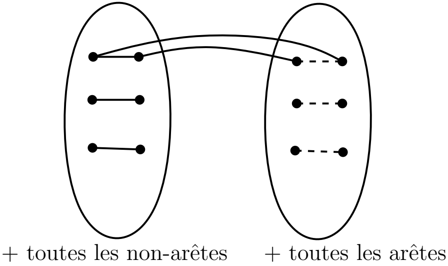


FIGURE : Double split

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

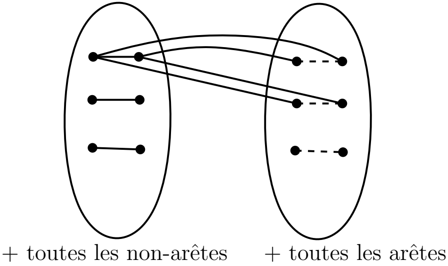


FIGURE : Double split

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

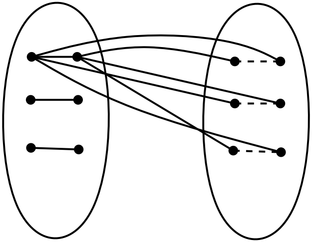


FIGURE : Double split

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

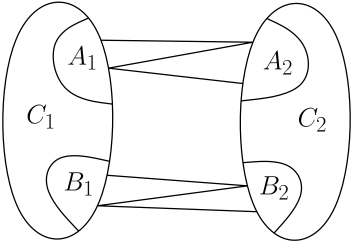


FIGURE : 2-joint

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

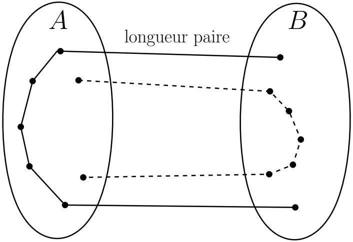


FIGURE : Partition paire

Décomposition [Chudnovsky, Roberston, Seymour, Thomas 2006]

Si un graphe de Berge, alors pour G ou $\overline{G}$:

- Soit c'est un graphe basique : biparti, line graphe de biparti, ou double split.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

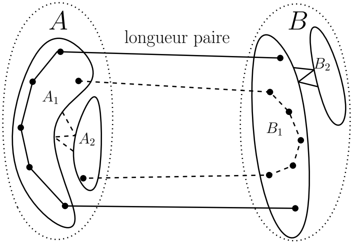


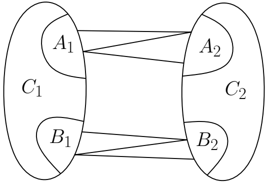
FIGURE : Partition antisymétrique paire

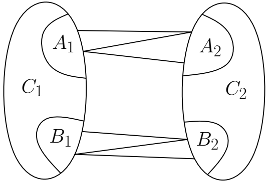
Théorème [L., Trunck 2013]

Soit G un graphe parfait sans partition antisymétrique paire, alors il existe un Clique-Stable séparateur pour G de taille $\mathcal{O}(n^2)$.

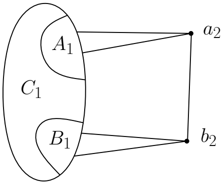
Preuve par récurrence :

- Pour les graphes basiques
- Pour un graphe G avec un 2-joint : à partir de G, on construit deux graphes G_1 et G_2, chacun provenant d'un côté du 2-joint $+$ un gadget. Il faut vérifier que G_1 et G_2 sont des graphes parfaits sans partition antisymétrique paire.
  [Chudnovsky, Trotignon, Trunck, Vušković 2012]
  $\Rightarrow$ CS-séparateurs pour G_1 et G_2 par hypothèse de récurrence
  $\Rightarrow$ on les transforme en un Clique-Stable séparateur pour G.

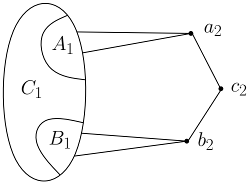

A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2



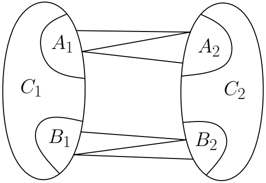
A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2

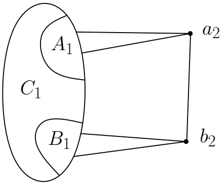


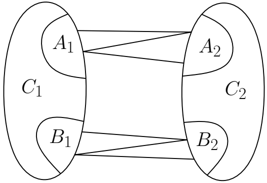
A_1
a_2
C_1
B_1
b_2



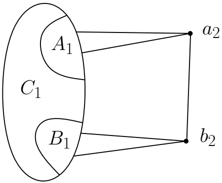
A_1
a_2
C_1
c_2
B_1
b_2


A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2

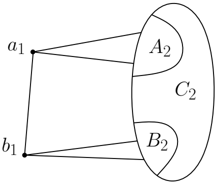

a_2
A_1
C_1
B_1
b_2



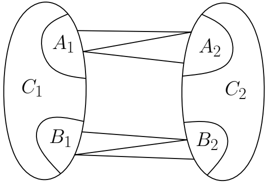
A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2



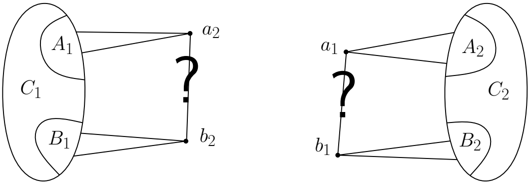
A_1
a_2
C_1
B_1
b_2



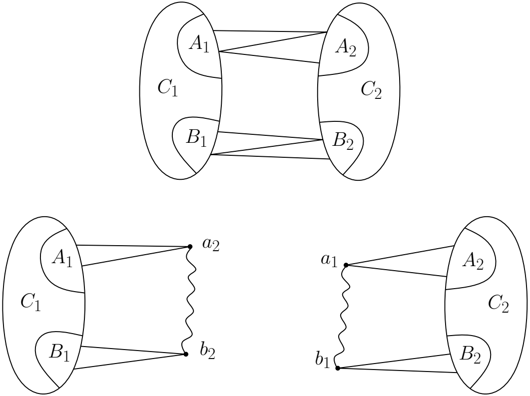
a_1
A_2
C_2
b_1
B_2



A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2



A_1
a_2
C_1
?
B_1
b_2
a_1
A_2
?
C_2
b_1
B_2


A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2
A_1
a_2
C_1
B_1
b_2
a_1
A_2
C_2
b_1
B_2

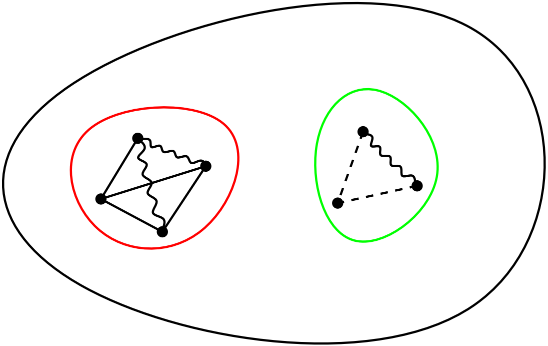
Trigraphes [Chudnovsky 2006]

Un trigraphe est constitué d'un ensemble de sommets V, et entre chaque paire de sommets u et v, il y a soit :

- Une arête forte : $u \bullet\!\!\longrightarrow\!\!\bullet\, v$
- Une non-arête forte : $u \bullet - - - - \bullet\, v$ ou $u \bullet \qquad \bullet\, v$
- Une arête non-determinée (qui peut servir à la fois d'arête ou de non-arête) : $u \bullet\!\!\leadsto\!\!\bullet\, v$

Un trigraphe a un trou si l'on peut choisir les arêtes non-déterminées de façon à créer un trou. Un trigraphe T est de Berge si ni T ni $\overline{T}$ n'ont de trous impairs.

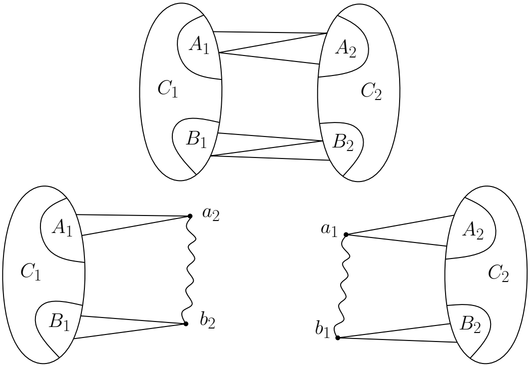
Clique-Stable séparation dans les trigraphes :
Une clique (resp. un stable) peut contenir des arêtes non-déterminées.



Décomposition [Chudnovsky 2006]

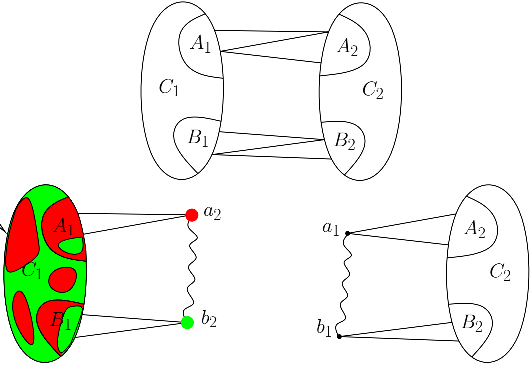
Si un trigraphe T est de Berge, alors pour T ou $\overline{T}$:

- Soit c'est un trigraphe basique : biparti, line trigraphe, ou doublé.
- Soit il admet un 2-joint
- Soit il admet une partition antisymétrique paire (*balanced skew partition*)

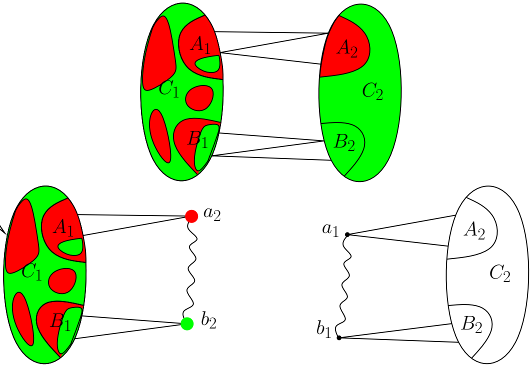


A_1
A_2
C_1
C_2
B_1
B_2
A_1
a_2
C_1
B_1
b_2
a_1
A_2
C_2
b_1
B_2

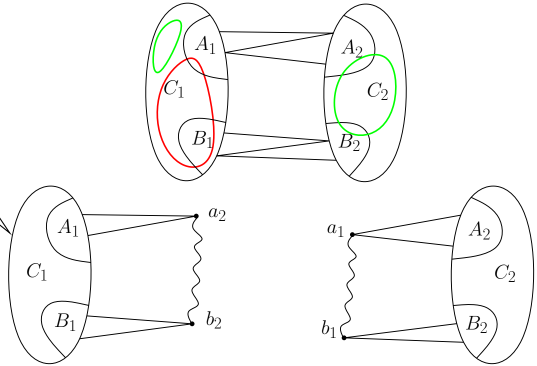
Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)



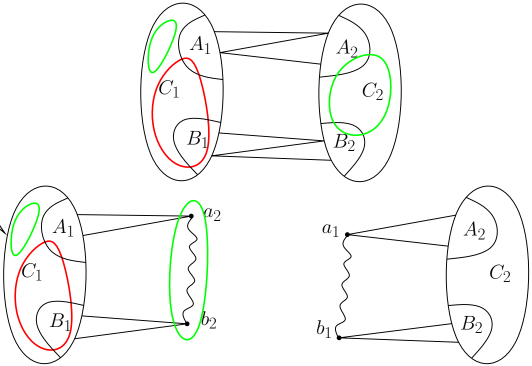
Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)



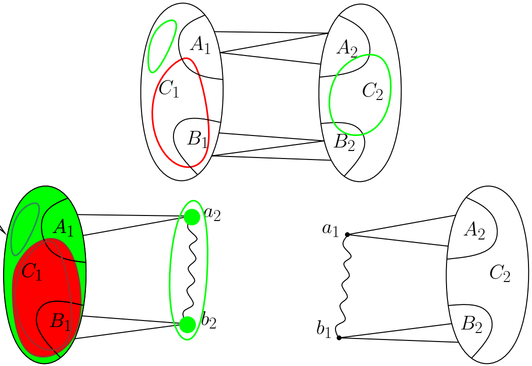
Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)



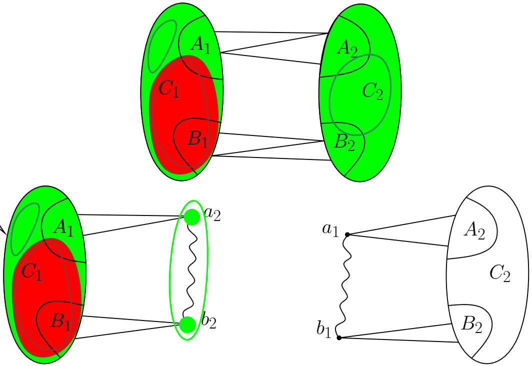
Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)



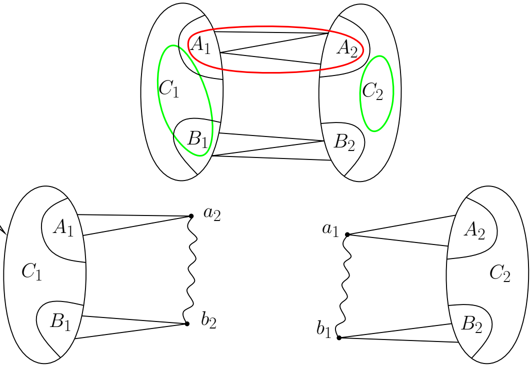
Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)



Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)

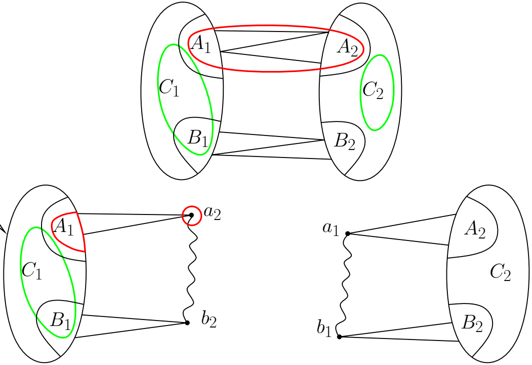


Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)

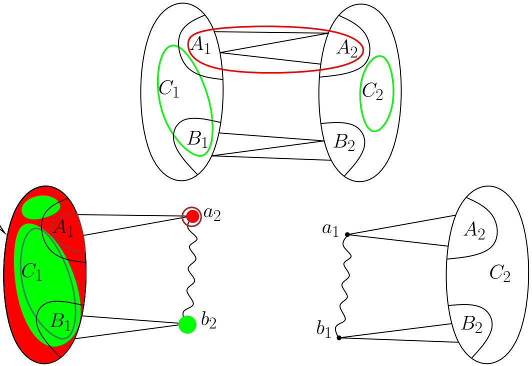


Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)

Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)

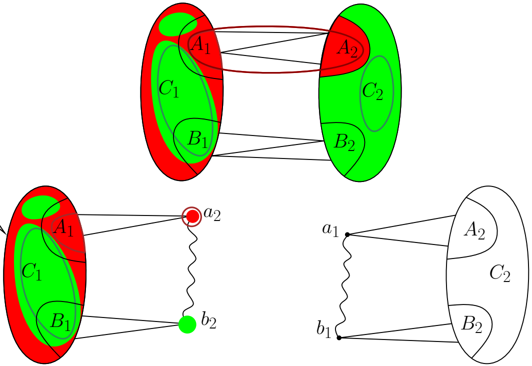


Rouge=
Ce qui est mis à gauche (côté clique)
Vert=
Ce qui est mis à droite (côté stable)



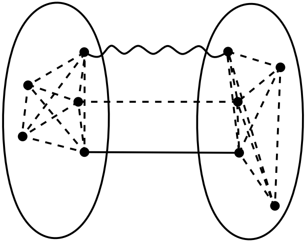
Rouge= Ce qui est mis à gauche (côté clique)

Vert= Ce qui est mis à droite (côté stable)



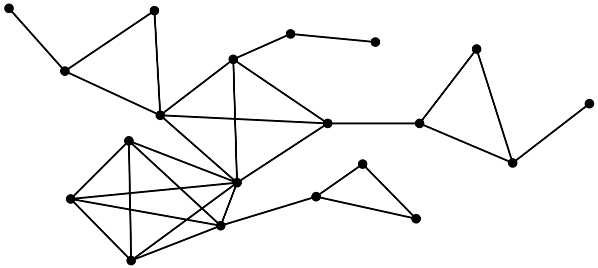
Dans les graphes basiques :

- Dans un trigraphe biparti, ω est borné par 2.
  $\Rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.



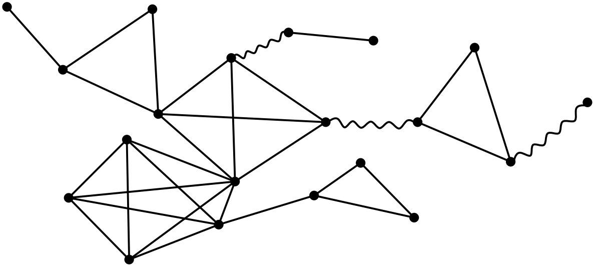
Dans les graphes basiques :

- Dans un trigraphe biparti, ω est borné par 2.
  $\Rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.
- Un line trigaphe est obtenu à partir d'un line graphe de biparti G dont on a changé certaines arêtes en arêtes indéterminées. Une clique est une clique du graphe original donc il y a un nombre linéaire de cliques maximales.

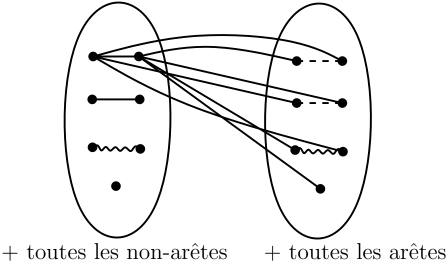


Dans les graphes basiques :

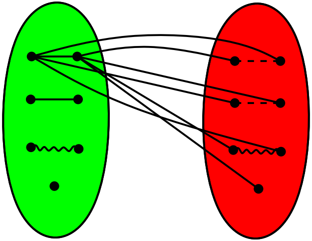
- Dans un trigraphe biparti, ω est borné par 2.
  $\Rightarrow$ CS-séparateur de taille $\mathcal{O}(n^2)$.
- Un line trigaphe est obtenu à partir d'un line graphe de biparti G dont on a changé certaines arêtes en arêtes indéterminées. Une clique est une clique du graphe original donc il y a un nombre linéaire de cliques maximales.



- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :

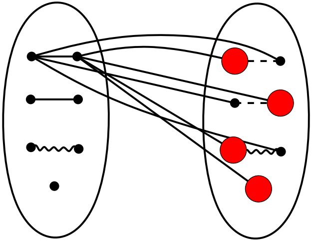


- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :



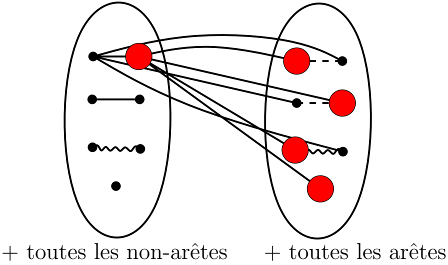
$+$ toutes les non-arêtes $+$ toutes les arêtes

- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :

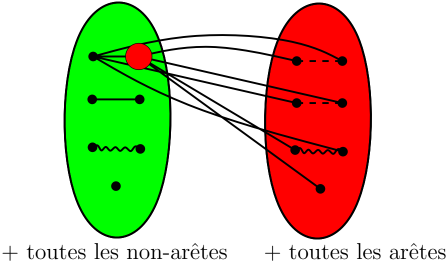


+ toutes les non-arêtes + toutes les arêtes

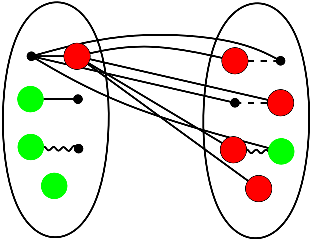
- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :



- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :

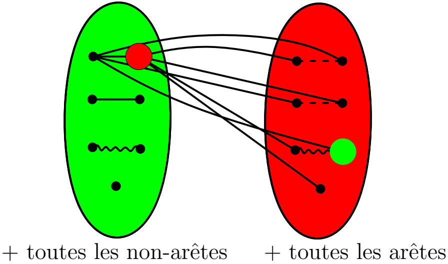


- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :



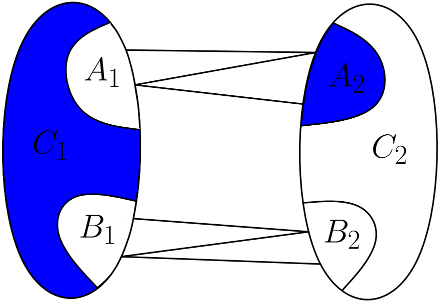
+ toutes les non-arêtes + toutes les arêtes

- Dans un trigraphe doublé : on peut couper toutes les cliques de taille 2 et tous les stables de taille 2 en $\mathcal{O}(n^2)$. Pour les autres :

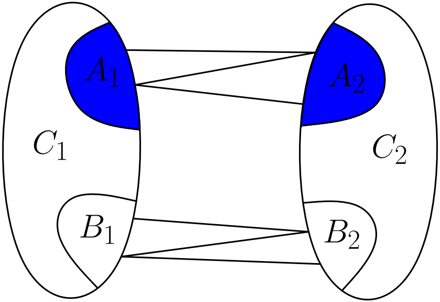


Généraliser l'opération de 2-joint ?

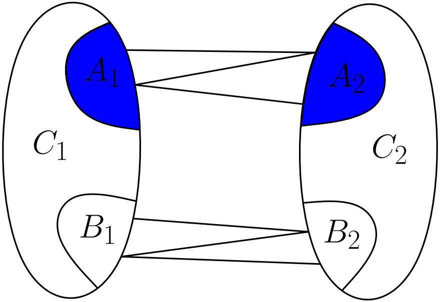
Généraliser l'opération de 2-joint ?



Généraliser l'opération de 2-joint ?



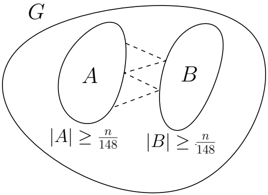
Généraliser l'opération de 2-joint ?



$\Rightarrow$ Si la CS-séparation est polynomiale dans une classe de graphes, alors on peut la transformer en trigraphes puis la clore par k-joint tout en conservant la CS-séparation polynomiale.

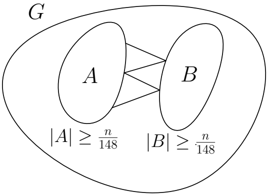
Propriété ⊛ [L., Trunck 2013]

Tout trigraphe de Berge sans partition antisymétrique paire admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $n/148$, avec A complètement antiadjacent à B ou complètement adjacent à B.



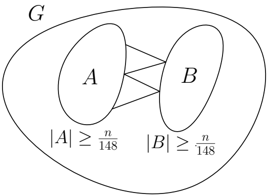
Propriété ⊛ [L., Trunck 2013]

Tout trigraphe de Berge sans partition antisymétrique paire admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $n/148$, avec A complètement antiadjacent à B ou complètement adjacent à B.



Propriété ⊛ [L., Trunck 2013]

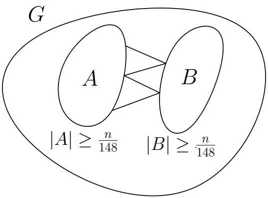
Tout trigraphe de Berge sans partition antisymétrique paire admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $n/148$, avec A complètement antiadjacent à B ou complètement adjacent à B.



Malheureusement, la classe n'est pas héréditaire, donc la propriété ⊛ n'implique pas la Clique Stable séparation (ni EH, mais EH est triviale sur les graphes parfaits)...

Propriété ⊛ [L., Trunck 2013]

Tout trigraphe de Berge sans partition antisymétrique paire admet deux ensembles de sommets A et B de taille au moins $n/148$, avec A complètement antiadjacent à B ou complètement adjacent à B.



Malheureusement, la classe n'est pas héréditaire, donc la propriété ⊛ n'implique pas la Clique Stable séparation (ni EH, mais EH est triviale sur les graphes parfaits)...

Mais il existe des graphes parfaits qui ne vérifie pas la propriété ⊛ [Fox 2006] ⇒ les graphes parfaits sans partition antisymétrique paire sont vraiment "plus structurés".

Perspectives

- Etudier la Clique-Stable séparation sur d'autres classes de graphes (graphes parfaits ?)
- Prouver qu'il n'existe pas de Clique-Stable séparateur polynomial en général ?
- Quels sont les liens entre la Clique-Stable séparation et les autres propriétés des classes de graphes ? (Erdős-Hajnal par exemple)

Perspectives

- Etudier la Clique-Stable séparation sur d'autres classes de graphes (graphes parfaits ?)
- Prouver qu'il n'existe pas de Clique-Stable séparateur polynomial en général ?
- Quels sont les liens entre la Clique-Stable séparation et les autres propriétés des classes de graphes ? (Erdős-Hajnal par exemple)

Merci pour votre attention !